ACCÈS
CONCOURS
(Sujet retranscrit)

SESSION 2019

ÉPREUVE DE RAISONNEMENT LOGIQUE ET MATHÉMATIQUES

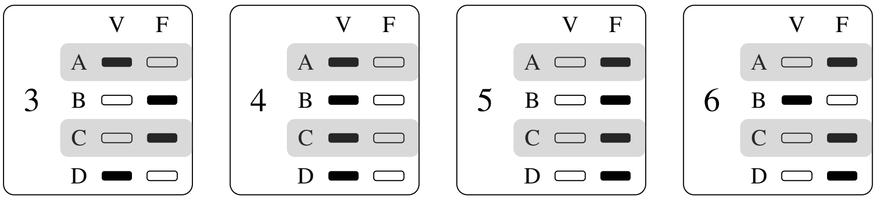
Lisez attentivement les instructions suivantes avant de vous mettre au travail.
Cette épreuve est composée de trois parties de 5 questions chacune :

- Partie 1 : raisonnement logique
- Partie 2 : raisonnement mathématique
- Partie 3 : problème mathématique

Important :
L'utilisation d'une calculatrice est strictement interdite pour cette épreuve.

Chaque question comporte quatre items, notés **A. B. C. D.**. Pour chaque item, vous devez signaler s'il est vrai en l'indiquant sur la grille de réponses en marquant la case sous la lettre V ; ou faux en l'indiquant sur la grille de réponses en marquant la case sous la lettre F.

Exemples :



Règle d'attribution des points :
Vous disposez d'un capital de points initial. Chaque erreur entraîne une pénalité (P) qui entame votre capital. Une absence de réponse entraîne une pénalité (p) qui entame aussi votre capital (p est inférieur à P). Enfin, un bonus est attribué si vous répondez correctement aux quatre items d'une même question.

Vous vous servirez de la feuille jointe pour indiquer vos réponses en noircissant les cases situées à côté des lettres correspondantes.

Nombre de pages de l'épreuve :	8 pages
Durée de l'épreuve :	2 h 30
Coefficient de l'épreuve :	ESDES → 6 ESSCA → 8 IÉSEG → 8

Exercices n° 1 à 5 : Raisonnement logique

1) Il arrive qu'Alain amène des croissants à ses collègues quand il arrive en retard à son travail le lundi matin.
Le lundi matin de la semaine dernière, il n'a pas amené de croissants à ses collègues.

À partir de ces informations, on peut conclure que :

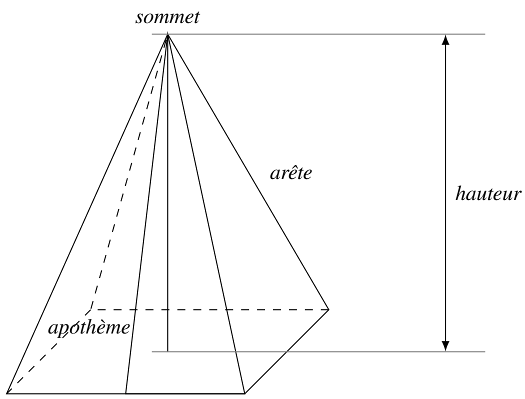
A. Alain est arrivé à l'heure le lundi matin de la semaine dernière.

B. Alain est peut-être arrivé en retard le lundi matin de la semaine dernière.

C. Alain est souvent en retard.

D. Au moins une fois par mois, Alain arrive en retard.

2) Soit une pyramide quadrangulaire régulière qui a pour base un carré de 6 cm de côté. Sa hauteur, passant par le centre de la base, est de 4 cm. L'apothème de la pyramide régulière est le segment qui lie le sommet de la pyramide au milieu d'un des côtés de la base. La pyramide possède 4 faces triangulaires et 4 arêtes. Son volume se calcule en multipliant la surface de la base par un tiers de sa hauteur.



À partir de ces informations, on peut conclure que :

A. L'apothème de cette pyramide est de 5 cm.

B. La surface totale (base + 4 faces) est de 95 cm^2.

C. Le volume de cette pyramide est de 48 cm^3.

D. L'arête de la pyramide est supérieure à 6 cm.

3) Un commerçant achète chez son fournisseur une certaine quantité de produit 1 au prix unitaire annoncé de 200 €. Il achète aussi 50 produits 2. Le montant total s'élève à 25 000 €. Très bon négociateur, il obtient une réduction de 10 % sur le prix des produits 1 et 20 % sur le prix des produits 2. Ceci lui permet de diminuer sa facture de 3 000 €. Finalement, il obtient encore une ristourne supplémentaire de 5 % sur l'ensemble. Au bout de 3 mois, le commerçant a réussi à revendre l'ensemble des produits. Par rapport aux prix initiaux, annoncés par le fournisseur, il a vendu les produits 2, 10 % plus cher et la moitié des produits 1, 20 % plus cher ; les autres ayant été vendus au prix initial.

À partir de ces informations, on peut conclure que :

A. Le commerçant a acheté le même nombre de produits 1 que de produits 2.

B. La négociation, avec le fournisseur, a permis de diminuer la facture initiale de plus de 20 %.

C. Le montant total de la revente est de 27 500 €.

D. Le pourcentage de marge du commerçant (bénéfice divisé par le montant de la facture) est de plus de 25 %.

4) Paul habite à 12 km de son amie Valérie. Une seule route relie les 2 habitations. Elle monte pendant la moitié du parcours pour atteindre le sommet de la colline et redescend ensuite. Paul roule à vélo à 24 km/h en montée est 40 km/h en descente. À vélo, Valérie monte à 20 km/h et descend à 32 km/h. Ils décident de se rencontrer et quitte chacun leur maison à 10 h.

À partir de ces informations, on peut conclure que :

A. Lorsqu'ils se rencontreront, Paul aura parcouru entre 6 et 7 km.

B. Ils se rencontreront à 10 h 17.

C. Lorsqu'ils se rencontreront, Valérie aura passé plus de temps sur son vélo que Paul.

D. Pour pouvoir se rencontrer au sommet de la colline, et sans que Valérie et Paul ne changent de vitesse, Valérie aurait dû partir à 9 h 56.

5) Nous possédons les informations suivantes concernant trois sports pratiqués par les 1 500 élèves d'une grande école de management :

- 400 pratiquent le tennis, 500 la natation et 150 le judo.
- 300 pratiquent le tennis et la natation.
- Il y a autant d'élèves à pratiquer les trois sports que d'élèves qui ne pratiquent que le tennis.
- Ceux qui pratiquent seulement le tennis et le judo sont au nombre de 75.
- 400 élèves pratiquent exactement deux sports.

À partir de ces informations, on peut conclure que :

A. 25 élèves pratiquent uniquement le tennis.

B. Aucun élève ne pratique exclusivement le judo.

C. Ceux qui pratiquent seulement la natation et le judo sont au nombre de 40.

D. 900 élèves ne pratiquent aucun des sports cités.

Exercices n° 6 à 10 : Raisonnement mathématique

6) On considère la fonction f définie pour tout x de $]-\infty\,;2]$ par :

$$f(x)=\frac{3}{2}\mathrm{e}^{2x}-\mathrm{e}^{x}-2x-4$$

- **A.** L'image du réel $-\ln(2)$ par la fonction f est le réel $2\ln(2)-\dfrac{30}{8}$.
- **B.** Pour tout x de $]-\infty\,;2]$, $f'(x)=(3\mathrm{e}^{x}+2)(\mathrm{e}^{x}-1)$.
- **C.** Si a et b sont deux réels négatifs tels que $a<b$, alors $f(a)>f(b)$.
- **D.** En posant $X=\mathrm{e}^{x}$, on arrive à montrer que dans un repère du plan, la courbe représentative de la fonction f admet deux tangentes qui ont une pente égale à 2.

7) On considère la fonction f définie pour tout x de $]0\,;+\infty[$ par :

$$f(x)=\frac{2\ln(x)-1}{x}$$

On munit le plan d'un repère orthonormé (O, I, J). On note $\mathcal{C}$ la courbe représentative de f.

- **A.** Le point d'intersection entre $\mathcal{C}$ et l'axe des abscisses a pour abscisse α un réel compris entre 1 et 2.
- **B.** f admet un maximum global qui vaut $2\mathrm{e}^{-\frac{3}{2}}$.
- **C.** La primitive de f qui s'annule pour $x=1$ est la fonction F définie pour tout x de $]0\,;+\infty[$ par :

$$F(x)=(\ln(x))^2-\ln(x)$$

- **D.** (OJ) est l'unique asymptote verticale de $\mathcal{C}$.

8) On considère la suite (u_n) définie pour tout n de $\mathbb{N}$ par $u_{n+1}=\sqrt{u_n}$ et par $u_0=\mathrm{e}$.
On considère la suite (v_n) définie pour tout n de $\mathbb{N}$ par $v_n=\ln(u_n)$.
Pour tout n de $\mathbb{N}$, on note $S=v_0+\ldots+v_n$ et $P=u_0\times\ldots\times u_n$.

- **A.** (v_n) est une suite géométrique de raison 0,5.
- **B.** Pour tout n de $\mathbb{N}$, $S=2-0{,}5^{n}$.
- **C.** Pour tout n de $\mathbb{N}$, $P=\mathrm{e}^{S}$.
- **D.** $\lim\limits_{n\to+\infty}P=+\infty$.

9) On munit le plan d'un repère orthonormé (O, I, J). On note Π la représentation graphique de la fonction carrée et Δ la droite d'équation $y=3$. Π coupe Δ en deux points : A d'abscisse positive et B d'abscisse négative. On note D le point de (OI) ayant la même abscisse que A et C le point de (OI) ayant la même abscisse que B.

- **A.** $\displaystyle\int_{-\sqrt{3}}^{\sqrt{3}}x^2\ \mathrm{d}x=2\sqrt{3}$.
- **B.** L'aire du quadrilatère ABCD est égale à $4\sqrt{3}$.

C. La surface P comprise entre le segment [AB] et Π a pour aire $4\sqrt{3}$.

D. P représente deux tiers de l'aire de ABCD.

10) La parapharmacie d'un hypermarché est ouverte pendant dix heures le samedi. Quelle que soit l'heure, un seul vendeur est présent. Armand y travaille pendant six heures et Bernard y travaille pendant trois heures. Les plages horaires de présence varient, si bien que le fait qu'un client soit accueilli par Armand, par Bernard ou par un autre vendeur est aléatoire. Quand ils sont accueillis par Armand, 70 % des clients effectuent un achat alors que quand qu'ils sont accueillis par Bernard, 50 % des clients achètent.

On interroge un client qui se présente dans la parapharmacie, on considère l'évènement suivant : on admet que la probabilité que le client choisi effectue un achat est de 0,59.

A. La probabilité que le client soit accueilli par Bernard ou n'effectue pas un achat est de 0,74.

B. La probabilité que le client effectue un achat sachant qu'il n'ait pas été accueilli ni par Armand, ni par Bernard, est de 0,2.

C. la probabilité que le client ait été accueilli par Armand sachant qu'il n'a pas effectué d'achat et de $\frac{15}{41}$.

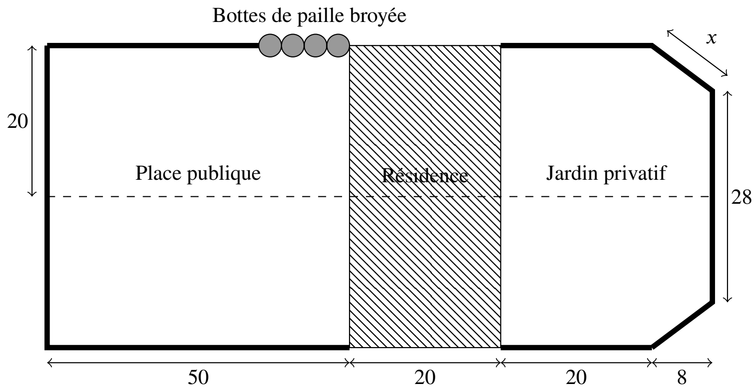
D. On choisit au hasard chaque samedi, un client et cela pendant n semaines. La probabilité qu'au moins un des n clients ait été accueilli par Armand est de $1 - 0{,}6^n$.

Exercices n° 11 à 15 : Problème mathématique

Certaines questions peuvent être traitées indépendamment. D'autres nécessitent les résultats obtenus dans les questions précédentes.

François, propriétaire d'une résidence hôtelière de 60 résidents, projette de réaliser des aménagements avant l'été.

La figure ci-dessous (qui n'est pas à l'échelle) est une représentation de la résidence (surface grisée), de son jardin privatif et de la place publique sur laquelle donne l'entrée de la résidence :



Toutes les mesures seront données en mètres.
La place publique, la résidence et le jardin privatif sont symétriques par rapport à la droite horizontale fictive tracée en pointillés.

11) François souhaite, dans un premier temps réaliser un aménagement du jardin privatif, par l'implantation d'une haie paysagère sur le périmètre délimitant le jardin à l'exception du côté bordant la résidence (traits épais sur le graphique côté jardin privatif).

À partir des informations précédentes, on peut conclure que :

A. La surface au sol de la résidence est égale à 800 m^2.

B. La longueur x du côté oblique du jardin est égale à 9 mètres.

C. La longueur de la haie paysagère à planter est égale à 84 mètres

D. La surface du jardin est égal à 1 072 m^2.

12) Le devis d'une entreprise spécialisée en aménagement paysager prévoit pour ce chantier, correspondant à 40 heures de travail, l'emploi de 2 salariés (Paul et Pierre). Paul est engagé pour travailler h_1 heures avec un rendement de 2 mètres par heure. Quand il aura terminé, Pierre prendra le relais en travaillant h_2 heures avec un rendement de 2,5 mètres par heure.

À partir des informations précédentes, on peut conclure que :

A. Pierre mettra 20 heures pour réaliser son travail.

B. Paul va réaliser une longueur de haie supérieure de 25 % à celle que va réaliser Pierre.

C. Si Pierre travaillait seul, il mettrait moins de 35 heures.

D. Si Pierre travaillait à la même cadence que Paul, le temps total mis par ces 2 salariés serait augmenté de 10 %.

13) François envisage également d'implanter une laverie en achetant 2 machines à laver (dont le prix unitaire et 4 000 €). Il estime à 2, le nombre moyen de lavages hebdomadaires par résident et tient compte d'une année à 50 semaines. Un résident paiera à François, le prix de vente d'un lavage, égal à x et le prix des fournitures par lavage (eau, lessive, adoucissant fournis par François), égal à $0{,}1x^2$. François paiera le montant des charges fixes annuelles (amortissements, entretiens des machines) qui est égal à 8 400 €.

À partir des informations précédentes, on peut conclure que :

- **A.** Le coût annuel total des lavages payés par les résidents est égal à $6\,000x + 0{,}1x^2$.
- **B.** Si le nombre annuel de lavages est divisé par 2, le bénéfice annuel de François l'est aussi.
- **C.** Si $x = 3$, le bénéfice annuel de François sera de 15 000 €.
- **D.** Si $x = 3$, le coût d'un lavage pour un résident sera inférieur à 3,8 €.

14) Pour financer le coût de ces 2 machines, François dispose d'un apport de 2 000 € et projette d'emprunter auprès de sa banque, la somme manquante, notée S, sur N années. Après étude du dossier, la banque lui propose un taux d'intérêt annuel égale à 5 %. Tous les ans en fin d'année, François devra régler 1 500 € correspondant au remboursement partiel de la somme empruntée, à savoir S/N, et payer en plus le montant des intérêts qui s'appliquent à la somme non encore remboursée en début d'année.

À partir des informations précédentes, on peut conclure que :

- **A.** La durée du prêt est égale à 4 ans.
- **B.** Au début de la deuxième année, la somme non encore remboursée est égale à 4 200 €.
- **C.** Les intérêts annuels diminuent de 90 € par an.
- **D.** Le montant total des intérêts payés pour le prêt est égal à 600 €.

15) François doit par ailleurs préparer la fête annuelle de la résidence, qui aura lieu le 20 juillet sur la place publique. Pour des raisons de sécurité lors de cette manifestation, François doit clore la place publique sur les 3 côtés extérieurs (traits épais sur le graphique côté place publique).

Suite à une proposition d'un agriculteur local, il décidé de louer et d'installer sur le pourtour de la place, des bottes de paille broyée. Chaque botte est de forme cylindrique, de hauteur 1 mètre, de diamètre 1,25 m. Le poids de cette paille broyée est de 140 kg par m^3. Les bottes seront installées verticalement de la même manière que les 4 déjà représentées sur le schéma.

Le tarif de la location de ces bottes de paille proposé par l'agriculteur, repose sur le système dégressif suivant :

	Tranche	Prix unitaire
Pour les 50 premières bottes livrées	1	5 euros HT
Pour les 50 suivantes	2	réduction de 10 % par rapport à la tranche 1
Pour les suivantes	3	4,2 euros TTC

Le taux de la taxe est égal à 20 % et s'applique au montant hors taxe (HT). Le montant taxe comprise est égal au montant HT plus la taxe, et est noté TTC.

À partir des informations précédentes, on peut conclure que :

A. Le poids d'une botte et supérieur à 140 kg.

B. Le prix unitaire HT de la tranche 3 est égal à 3,36 €.

C. Le prix payé par François sera le même, selon que la réduction de 10 % pour la tranche 2, s'applique sur le prix HT ou le prix TTC.

D. François devra régler 620,40 euros TTC pour la location des bottes dont il a besoin.